1 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations différentielles ci-dessous.

a. $y'+3y=0$.

b. $y'+\sqrt{2}y=0$.

c. $-5y'+y=0$.

2. Pour chacun des cas ci-dessous, donner la solution f sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle.

a. $y'-\frac{y}{2}=0$ et $y(-1)=e$.

b. $-3y'-y=0$ et $y(\ln 8)=1$.

c. $y'-2y=0$ et $y(0)=1$.

2 1. Déterminer la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant $\begin{cases} f'=af, \\ f(0)=1, \\ f(x+10)=2f(x). \end{cases}$

2. Représenter f.

3 1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ chacune des équations différentielles ci-dessous

a. $y'-2y+1=0$.

b. $y'-\pi y+3=0$.

c. $-2y'+5y-1=0$.

2. Pour chacun des cas ci-dessous, donner la solution f sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle.

a. $y'-y-1=0$ et $y(2)=0$.

b. $2y'+y-3=0$ et $y(0)=3$.

c. $y'+3y+\frac{3}{4}=0$ et $y(-1)=0$.

4 La loi de refroidissement de Newton, établit que la vitesse instantanée de perte de chaleur d'un corps homogène et inerte est proportionnelle à la différence de température entre le corps et le milieu.
On suppose que la température de l'air ambiant est constante et égale à 25 °C.
Dans ces conditions, la température d'un corps homogène et inerte passe de 100 °C à 75 °C en 15minutes.
On désigne par $f(t)$ la température de ce corps à t minutes.
1. Vérifier qu'il existe un réel a tel que $\begin{cases} f'(t)=a(f(t)-25) \\ f(0)=100 \\ f(15)=75 \end{cases}$

2. Déterminer f.
3. Au bout de combien de temps (à 1minute prés), ce corps aura une température de 25°C ?

5 Une substance se dissout dans l'eau à une vitesse instantanée proportionnelle à la quantité non encore dissoute.
On place 20 g de cette substance dans un volume d'eau suffisant pour la dissoudre totalement. On sait que les dix premiers grammes se dissolvent en 5 minutes.
1. Donner l'expression de la quantité dissoute $f(t)$ (en grammes) en fonction du temps t (en minutes).
2. Quelle est la quantité (à 1mg près) non dissoute au bout de 10minutes ? 30minutes ? 1heure ?

6 On désigne par $C(t)$ la concentration (en mg/l) d'un certain médicament dans le sang, en fonction du temps exprimé en heures. La concentration initiale est de 5 mg/l.
On suppose que la vitesse instantanée d'élimination de ce médicament par l'organisme est donnée par $C'(t)=-0.25\,C(t)$.

1. Déterminer $C(t)$.

2. Représenter la fonction $C: t \mapsto C(t)$.

3. Donner un encadrement à 0.1 près de l'instant t_0 à partir duquel $C(t)<1$.

7 La charge et la décharge d'un condensateur sont définies sur l'intervalle $[0,2\ln 3[$ par la fonction f qui vérifie les conditions suivantes :
• Sur l'intervalle $[0,2\ln 3[$, f est une solution de l'équation différentielle $y'+y=0$ avec $f(\ln 3)=-2$.

1. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

2. Etudier f et la représenter.

8 1. Vérifier que la fonction $u: x \mapsto 2$ vérifie l'équation différentielle $y'+2y=y^2$.

1. Soit E l'ensemble des fonctions f dérivables sur $\mathbb{R}$, qui ne s'annulent pas sur $\mathbb{R}$, telles que $f'(x)+2f(x)=(f(x))^2$ pour tout réel x.

a. Vérifier que l'ensemble E est non vide.